
Iannis Xenakis

(1922-2001)

Goldener Schnitt, Fibonacci, und Le Corbusier

Jeff Schöner

IMPRS

Goldener Schnitt

- Was ist der goldene Schnitt?
- ein bestimmtes Teilungsverhältnis mit dem gleichen Verhältnis $(A:B) = (B:C) = (C:D) = (\text{unendlich}) \dots$
- einfaches Beispiel (2:1)

A/8	B/4	C/2	D/1
-----	-----	-----	-----

- Es gibt unendlich viele ähnliche Teilungsverhältnisse.

Goldener Schnitt: Mathematische Definition

- Für den goldenen Schnitt suchen wir ein sehr besonderes Verhältnis,

$$\begin{aligned}\Phi &= (a : x) \\ &= (x : (a - x)) \\ &= [(a - x) : (x - (a - x))] \\ &= \dots\end{aligned}$$

a		
x		$a - x$
$a - x$	$x - (a - x)$	
\vdots		

Goldener Schnitt: die Lösung

Wir müssen Φ lösen:

$$\Phi = \frac{a}{x} = \frac{x}{a - x}$$

$$a^2 - ax = x^2$$

$$a^2 - ax - x^2 = 0$$

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{ax}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} = 0$$

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

Nullstellen:

$$\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1) = \Phi \approx 1,618034\dots$$

$$-\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) = -\Phi^{-1} \approx -0,618034\dots$$

Goldener Schnitt: die Lösung

- $\Phi^{-1} = \frac{1}{\Phi}$

- $\Phi - 1 = \Phi^{-1}$

- auch interessant: $\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$

Goldener Schnitt und Fibonacci

- Fibonacci-Reihe

- $u_1 = u_2 = 1$

- $u_i = u_{i-2} + u_{i-1}, i = 3, 4, 5, 6, \dots$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$

- Untersuchen die Reihe von Proportionen,

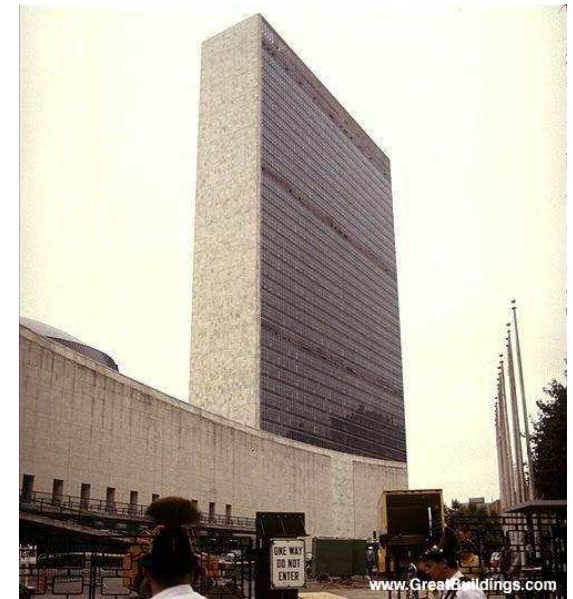
- $f_n = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \dots$

- $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = \Phi$

- Es gibt viel, viel mehr über den goldenen Schnitt mit Bezug auf Kunst, den Körper, Da Vinci, Architektur, Musik, die Gestalt von Kreditkarten, etc.

Le Corbusier

- berühmte schweizer Architekt
- 1887 wurde er in La Chaux de Fonds mit dem Name Charles-Edouard Jeanneret-Gris geboren.
- Sein berühmtestes Gebäude ist der Hauptsitz der Vereingigten Nationen, das in 1953 erbaut wurde.
- Er interessierte sich sehr für den goldenen Schnitt im Bezug auf die Architektur.
- 1965 in Frankreich gestorben



U.N.-Hauptsitz

Der *Modulator* von Le Corbusier

- Der Begriff kam aus seinem Buch, „Mod I“ (1950).

[Modulator] kann als ein Versuch der ‘Moderne’ gewertet werden, eine auf menschliches Mass bezogene, mathematische Ordnung in die Architektur wieder einzubringen.

—Baltensperger

Der *Modulator* von Le Corbusier

- 133cm wurde gewählt als die Grundgröße für diese Masse.
 - Der aufrechte Mann mit erhobenem Arm ist (nach Le Corbusier) 226cm (2 x 133cm).
- Weiter Werte folgten das goldene Verhältnis.
- Die andere gültige Werte wurden in eine Wertetabelle vorgestellt.

⋮
295,9
182,9
113,0
69,8
43,2
26,7
16,5
⋮

Auszug von der Tabelle

Literatur/Quellen

André Baltensperger, *Iannis Xenakis und die Stochastische Musik. Komposition im Spannungsfeld von Architektur und Mathematik*, Zürich, Paul Haupt, 1995, 709p. Anhang: “Mathematische Excuse”